

セルラネットワークの空間確率モデル

Spatial stochastic models of wireless cellular networks

三好 直人

Abstract

最近、無線通信ネットワークに対して、無線ノードの位置を空間点過程を用いて表現し、そうして構成された確率モデルを解析して無線ネットワークの設計や性能評価に活かそうという、空間確率モデルの研究が活発に行われています。本稿では、この空間確率モデルについて、セルラネットワークに焦点を当てて概説します。はじめに、基本的な設定のもとでモデルを紹介し、その解析手順を説明します。その後、基本モデルを基にして、現在までにどのような実際の設定を考慮した解析がなされているのかを概観します。

キーワード: 空間確率モデル, 無線通信ネットワーク, セルラネットワーク, 空間点過程, 信号対干渉雑音比, 被覆確率

1 はじめに

最近、無線通信ネットワークの性能評価や設計のために、空間点過程 (spatial point processes) を用いて無線ネットワークをモデル化・解析しようという研究が活発に行われており、専門書 [1, 2, 3, 4, 5] や解説/サーベイ/チュートリアル論文 [6, 7, 8, 9, 10, 11, 12] も次々に発表されています。この背景には、無線ネットワークの性能が無線ノードの位置に大きく依存すること、そして、無線ノードは規則正しく配置されている訳ではなく、一見ランダムに見える不規則な配置をしていること等があります。すなわち、ランダムに見える無線ノードの不規則な配置を、2次元 (または3次元) 空間上のランダムな点配置を表す空間点過程を用いて表現しようという訳です。こうして構成されたモデルは、空間確率モデル (spatial stochastic models) あるいは確率幾何モデル (stochastic geometry models) 等と呼ばれ、点過程や確率幾何の理論 ([13, 14, 15]) を用いて解析されます。

ところで、ある地域に設置されている無線ネットワークの性能を調べたいとき、無線ノードの位置データが手に入るのであれば、それを用いてシミュレーションを行うのが最も有効な手段の1つであることは言うまでもありません。しかし、それで得られた結果は、その地域に特有のものかもしれません。一方で、空間確率モデルを用いる方法では、(どこの地域でもない) 一般的な無線ノー

ドの配置がしたがう確率分布を用いて解析を行うので、(解析が出来さえすれば) 特定の地域に依存しない、言い換えれば、どこの無線ネットワークにも (ある程度は) 当てはまる普遍的な性能評価が可能です。

本稿では、特にセルラネットワークに焦点を当て、この空間確率モデルについて概説します。はじめに、最も基本的な設定のもとでのモデルを紹介し、その解析手順を説明します。そして、この基本モデルを基にして、現時点でどのような実際の設定を考慮した解析がなされているのか、スペースの許す範囲で概観します。セルラネットワークの空間確率モデルに対しては、その歴史から最新の結果までを含む詳細なサーベイが [10] にありますので、興味をもたれた方はそちらもご参照ください。

2 基本モデルとその解析

本節では、最も基本的な設定のもとで、セルラネットワークの下りリンク (基地局から端末への通信) に対する空間確率モデルを紹介し、その解析手順を説明します。以下では、 \mathbb{R} を実数の集合、 \mathbb{N} を自然数の集合とし、 P は確率、 E はその期待値を表します。

2.1 基本モデル

$\Phi = \{X_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ を 2 次元平面 \mathbb{R}^2 上の単純な点過程とします。すなわち、各 $i \in \mathbb{N}$ に対して X_i は \mathbb{R}^2 に値をとる確率変数で、 $i \neq j$ ならば $X_i \neq X_j$ です。この点過程 Φ のそれぞれの点がセルラネットワークの基地局の位置を表すものとして、地点 X_i にある基地局を基地局 i と呼ぶことにします。いま、平面上の任意の地点において、このセルラネットワークの無線電波の受信状況を調べたいとします。確率モデルが \mathbb{R}^2 上で定常 (平面上の平行移動に関して確率分布が不変) であれば、平面上のどの地点を選んでも確率的には同じですから、点過程 Φ が定常であると仮定して原点 $o = (0, 0)$ に着目します。

各基地局から発信される電波の送信電力を $p (> 0)$ とし、その周波数帯域はすべて同じであるとします。発信された電波は距離に応じてだんだん弱くなり、これを**伝搬損失関数** l で表します。関数 l はべき乗則 $l(r) \sim cr^{-\beta}$, $r > 0$, にしたがうことが観測されており、 $c (> 0)$ は伝搬損失係数、 $\beta (> 2)$ は伝搬損失指数と呼ばれます ([16, 17] 等を参照)。 β の値は、平坦な地域で障害となるものがなければ 2 に近く、都市部では 3 ~ 4 くらいです¹。また、無線電波は建造物等による電波の回折・散乱やそれらの合成によっても変動します。こうした無線電波の変動にはシャドウイングと呼ばれるものとフェイディングと呼ばれるものがあります (詳しくは [16, 17] 等をご参照ください)。シャドウイングには対数正規分布が仮定されることが多い一方、フェイディングには包絡線変動にレイリー分布 (次数 2 のワイブル分布) や仲上- m 分布が仮定されることが多く、それゆえ受信電力の変動 (包絡線変動の 2 乗) は指数分布やガンマ分布にしたがいます。基地局 $i (i \in \mathbb{N})$ から原点 o に位置する端末への電波に対するフェイディング/シャドウイングの影響を非負の確率変数 H_i で表します。ただし、 H_i は互いに独立で同一の分布にしたがい、点過程 Φ とも独立であるとします。

無線通信では、受信電波の質を評価するのに**信号対干渉雑音比** (SINR; signal-to-interference-plus-noise ratio) という量を用います。上記のモデルでは、原点 o に位置する端末で受信する電波の SINR は、

$$\text{SINR}_o = \frac{S_o(\eta(o))}{I_o(\eta(o)) + w_o} \quad (1)$$

によって与えられます。ここで、 $\eta(o)$ は原点 o に位置する端末と通信している基地局の添字を表し、最も近い基地局または最も受信電波が強くなる基地局等が選ばれます。(1) 式右辺の分子 $S_o(i)$ ($i \in \mathbb{N}$) は基地局 i からの電波を原点 o で受信したときの受信電波の強さであり、

$$S_o(i) = p H_i l(\|X_i\|) \quad (2)$$

です。一方、分母の $I_o(i)$ は、原点 o に位置する端末が基地局 i と通信しているときの累積干渉電波の強さを表し、

$$I_o(i) = \sum_{j \in \mathbb{N} \setminus \{i\}} p H_j l(\|X_j\|) \quad (3)$$

によって与えられます。すなわち、通信相手の基地局以外のすべての基地局が干渉源です。また、 w_o は原点 o における熱雑音を表す定数です。

次に、(1) 式の SINR を用いて、性能評価尺度を定義しましょう。最も基本的な性能評価尺度は**被覆確率** (coverage probability);

$$p_o(\theta) = P(\text{SINR}_o > \theta), \quad \theta > 0, \quad (4)$$

です。これは、与えられたしきい値 $\theta (> 0)$ を SINR が越える確率であり、任意に選んだ地点が無線ネットワークにカバーされている確率を表します。また、エルゴード容量 (ergodic capacity; ergodic rate);

$$\tau_o = E[\ln(1 + \text{SINR}_o)]$$

も重要な指標の 1 つです。これは、周波数帯域を $b (> 0)$ としたときのシャノンの通信路容量 $b \log_2(1 + \text{SNR})$ において、信号対雑音比 SNR を SINR に置き換えたものに対応します (係数である $b \log_2 e$ は省略)。ここで、 $\ln(1 + \text{SINR}_o) \geq 0$ であることから、

$$\tau_o = \int_0^\infty P(\ln(1 + \text{SINR}_o) > u) du = \int_0^\infty p_o(e^u - 1) du$$

であり、被覆確率を求めることができれば、エルゴード容量も (理論上は) 数値積分によって計算できます。他に、符号誤り率 (symbol error probability) 等も空間確率モデルを用いて考えることができます ([10])。

2.2 基本モデルの解析

では、上記のモデルにさらにいくつかの仮定を加えながら、その解析手順を見ていきましょう。目標は (4) 式の被覆確率を数値計算可能な形で表すことであり、その手順と結果は概ね [18] にしたがっています。

まず、(1), (2) 式より、

$$\text{SINR}_o > \theta \Leftrightarrow H_{\eta(o)} > \theta \frac{w_o + I_o(\eta(o))}{p l(\|X_{\eta(o)}\|)}$$

なので、フェイディング/シャドウイングの影響 H_i ($i \in \mathbb{N}$) が互いに独立に平均 1 の指数分布 $P(H_i > x) = e^{-x}$, $x \geq 0$, にしたがう (レイリーフェイディングを仮定し、シャドウイングを無視) とすると、 $H_{\eta(o)}$ 以外のすべての確率変数に対して条件付けをすることによって、

$$p_o(\theta) = E \left[\exp \left\{ -\theta \frac{w_o + I_o(\eta(o))}{p l(\|X_{\eta(o)}\|)} \right\} \right]$$

¹ 確率モデルとして見ると、後述の累積干渉 I_o が有限となる条件は $\beta > 2$ です。

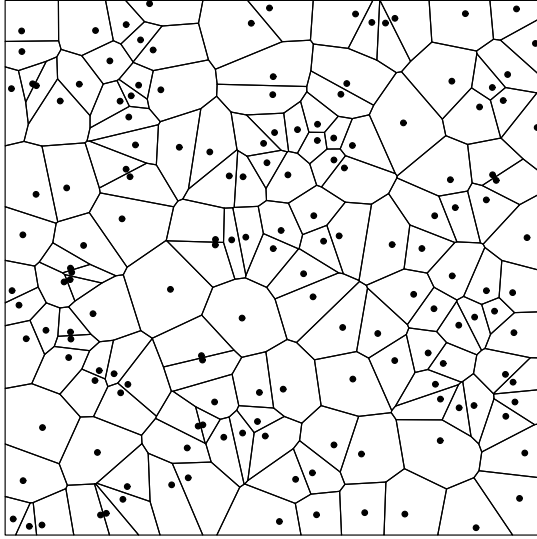


図 1: 定常ポアソン点過程のサンプルとボロノイ分割 ([12] より抜粋) 各端末が最も近い基地局と通信することを仮定すると、それぞれの基地局がカバーする範囲 (セル) はボロノイ分割により与えられます。

が得られます。さらに、(3) 式より、

$$\exp\left\{-\theta \frac{I_o(\eta(o))}{p \ell(\|X_{\eta(o)}\|)}\right\} = \prod_{j \in \mathbb{N} \setminus \{\eta(o)\}} \exp\left\{-\theta \frac{H_j \ell(\|X_j\|)}{\ell(\|X_{\eta(o)}\|)}\right\}$$

に注意して、今度は $\Phi = \{X_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ に対して条件付けをすると、 $H_j, j \in \mathbb{N} \setminus \{\eta(o)\}$ の独立性から、

$$p_o(\theta) = \mathbb{E}\left[e^{-\theta w_o/p \ell(\|X_{\eta(o)}\|)} \prod_{j \in \mathbb{N} \setminus \{\eta(o)\}} \left(1 + \theta \frac{\ell(\|X_j\|)}{\ell(\|X_{\eta(o)}\|)}\right)^{-1}\right] \quad (5)$$

が得られます。ここでは、指数分布のラプラス変換 $\mathcal{L}_H(s) = \mathbb{E}[e^{-s H_j}] = (1+s)^{-1}$ を用いています。

ここで、基地局の位置を表す点過程 $\Phi = \{X_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ が強度 (単位面積当たりの点の数の期待値) $\lambda \in (0, \infty)$ をもつ定常ポアソン点過程であるとしましょう。また、各端末は最も近い基地局と通信する、すなわち、

$$\eta(o) = i \Leftrightarrow \|X_i\| \leq \|X_j\|, j \in \mathbb{N}$$

とします (図 1)。すべての基地局からの送信電力が同じで、伝搬損失関数 ℓ が単調減少ですから、これは基地局の位置 $\Phi = \{X_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ が与えられたときの平均の受信電力 $\mathbb{E}[S_o(i) | \Phi] = p \ell(\|X_i\|)$ が最も大きくなる基地局と通信することと同じです。

原点 o から最も近い Φ の点 $X_{\eta(o)}$ までの距離の確率分布は、原点を中心とする円内に Φ の点がない確率を用いて与えることができます。すなわち、 Φ が強度 λ をもつ定常ポアソン点過程であれば、

$$P(\|X_{\eta(o)}\| > r) = e^{-\lambda \pi r^2}, \quad r \geq 0,$$

より、 $\|X_{\eta(o)}\|$ の確率密度関数;

$$f_{\|X_{\eta(o)}\|}(r) = 2\pi\lambda r e^{-\pi\lambda r^2}, \quad r \geq 0,$$

が得られます。これを (5) 式に適用すると、

$$p_o(\theta) = \int_0^\infty f_{\|X_{\eta(o)}\|}(r) e^{-\theta w_o/p \ell(r)} \times \mathbb{E}\left[\prod_{j \in \mathbb{N}} \left(1 + \theta \frac{\ell(\|Y_j\|)}{\ell(r)}\right)^{-1}\right] dr \quad (6)$$

となります。ただし、 $\{Y_j\}_{j \in \mathbb{N}}$ は \mathbb{R}^2 から中心 o 、半径 r の円板を除いた部分で強度 λ をもつ定常ポアソン点過程です (原点から最も近い点までの距離を r としていますので、他の点はすべて半径 r の円の外側にあります)。

次に、(6) 式右辺の期待値を計算するために、点過程の確率母関数 (probability generating functional) を用います²。

定義 2.1 (点過程の確率母関数)

$\Phi = \{X_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ を \mathbb{R}^d 上の点過程とする ($d \in \mathbb{N}$)。このとき、 Φ の確率母関数 \mathcal{G}_Φ は、関数 $h: \mathbb{R}^d \rightarrow [0, 1]$ に対して、

$$\mathcal{G}_\Phi(h) = \mathbb{E}\left[\prod_{i \in \mathbb{N}} h(X_i)\right]$$

により与えられる。

確率母関数はすべての関数 $h: \mathbb{R}^d \rightarrow [0, 1]$ に対して定義できる訳ではありませんが、定義できる場合には (確率変数に対する確率母関数と同様に) 点過程の確率分布を定めます ([14, Sec. 9.4] 等を参照)。強度 λ の定常ポアソン点過程の場合、その確率母関数 $\mathcal{G}_\lambda^{\text{Poi}}$ は、

$$\mathcal{G}_\lambda^{\text{Poi}}(h) = \exp\left\{-\lambda \int_{\mathbb{R}^d} (1-h(x)) dx\right\}$$

によって与えられ、右辺の積分が有限となる関数 h に対して定義されます ([4, Sec. 4.6], [14, Sec. 9.4] 等を参照)。これを (6) 式右辺の期待値に適用すると、

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\left[\prod_{j \in \mathbb{N}} \left(1 + \theta \frac{\ell(\|Y_j\|)}{\ell(r)}\right)^{-1}\right] \\ &= \exp\left\{-\lambda \int_{\|x\|>r} \left(1 - \left(1 + \theta \frac{\ell(\|x\|)}{\ell(r)}\right)^{-1}\right) dx\right\} \\ &= \exp\left\{-2\pi\lambda \int_r^\infty \left(1 - \left(1 + \theta \frac{\ell(s)}{\ell(r)}\right)^{-1}\right) s ds\right\} \end{aligned}$$

となります。ここで、2 つ目の等号では極座標変換をしています。最後に、これを (6) 式に戻して、伝搬損失関

²点過程に対する確率母関数は、非負整数値確率変数に対する確率母関数の一般化です。点過程 Φ の点のうちで集合 (正確にはボレル可測集合) $B \subset \mathbb{R}^d$ に入るものの数を $\Phi(B)$ と表すとき、 n 個の集合 $B_1, B_2, \dots, B_n \subset \mathbb{R}^d$ に対して、 $\Phi(B_1), \Phi(B_2), \dots, \Phi(B_n)$ の同時確率母関数は $\mathbb{E}[t_1^{\Phi(B_1)} t_2^{\Phi(B_2)} \dots t_n^{\Phi(B_n)}]$ ($t_k \in [0, 1], k = 1, 2, \dots, n$) によって与えられますが、これは定義 2.1 の確率母関数において $h(x) = \prod_{k=1}^n \{1 + (t_k - 1) \mathbf{1}_{B_k}(x)\}$ としたものに他なりません。ここで、 $\mathbf{1}_B$ は集合 B の指示関数です。

数を $\ell(r) = cr^{-\beta}$, $r > 0$, とし, さらに適当な変数変換をすることによって, 次の定理が得られます.

定理 2.1 ([18])

本節のセルラネットワークの空間確率モデルに対して, その被覆確率は,

$$p_o(\theta) = \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{\theta w_o}{pc} \left(\frac{t}{\pi\lambda}\right)^{\beta/2} - (1 + \rho(\theta, \beta))t\right\} dt$$

によって与えられる. ここで,

$$\rho(\theta, \beta) = \frac{2\theta^{2/\beta}}{\beta} \int_{1/\theta}^\infty \frac{u^{-1+2/\beta}}{u+1} du$$

である.

この定理を用いて, 被覆確率を数値積分によって計算することができます. また, 数値計算をするまでもなく, 点過程の強度 (基地局の密度) λ , 送信電力 p , 伝搬損失係数 c は雑音 w_o の係数にしか現れないことから, 雑音が無視できる状況では, これらのパラメータが被覆確率に影響を与えないことが分かります.

3 基本モデルの拡張・一般化

本節では, 前節の基本モデルを基に, 現在までにどのような設定が考えられ, 解析されているのかを概観します (もちろん, これがすべてではありません!).

3.1 基地局の負荷を考慮したモデル

前節のモデルでは, 通信相手以外のすべての基地局が干渉源でした. このことは, すべてのセルにはいつも通信している端末があり, 基地局は常に電波を発信していることを意味します. これに対して, 基地局の負荷を考慮して, 干渉源となる基地局が互いに独立に確率 q ($\in [0, 1]$) で電波を発信し, 確率 $1 - q$ で電波を発信していないというモデルが考えられています ([19] 他). q の値は, 基地局に対するユーザ端末の密度, 各基地局の回線数等によって定められます ([20]).

3.2 複数種類の基地局をもつネットワーク

セルラネットワークは, 1 種類の基地局だけで構成されるとは限りません. 大きな送信電力で強い電波を発信することによって広い範囲をカバーするマクロセル基地局の他に, 大勢の人がいて需要が大きなところでは, 小さな送信電力で狭い範囲をカバーする (ピコセルやフェムトセル) 基地局を複数設置して, 十分な回線を確保す

るといった工夫がなされます. そこで, 複数種類 (クラスと呼びます) の基地局からなり, クラスごとに基地局の密度や送信電力, 伝搬損失関数が異なるモデルを考えることができます. SINR のしきい値も端末がどのクラスの基地局と通信するののかによって異なる値に設定することができます. 端末の通信相手として, フェイディング/シャドウィングの影響を考慮した受信電力が最も大きくなる基地局と通信するモデル ([21, 22, 23]) や, [基地局の位置が与えられたときの平均の受信電力] \times [クラスに依存するバイアス] の値が最も大きくなる基地局と通信するモデル ([24]) 等が考えられています.

3.3 フェイディング/シャドウィングの分布

前節の被覆確率の導出手順を見れば分かると思いますが, 干渉源からのフェイディング/シャドウィングの影響については (ラプラス変換が求められさえすれば) 任意の確率分布を考えることも難しくありません. 一方で, 通信相手からのそれについては指数分布 (レイリーフェイディング) の仮定を外したとたんに解析は難しくなります. ただし, これを少し一般化して, (m が自然数の) 仲上- m フェイディングを仮定すると, H_i ($i \in \mathbb{N}$) は m 次のアーラン分布にしたがい, いくぶん複雑にはなりますが, ほぼ同様の解析が可能です ([25]). [23, 26, 27] では, 前節とは異なるアプローチによって, フェイディング/シャドウィングが一般の確率分布にしたがうモデルを解析しています.

3.4 複数のアンテナをもつ基地局

明記はしていませんでしたが, 前節のモデルは基地局・端末ともにアンテナが 1 つであることを仮定しています. 基地局が複数のアンテナをもち, 端末のアンテナが 1 つとすると, レイリーフェイディングの仮定のもとで, 合成された受信電波の変動の確率分布はアーラン分布で近似できます ([28] を参照). よって, 上記の仲上- m フェイディングのモデルと同様に解析できます. ここで, アーラン分布の平均と次数は, 各基地局でサービス可能な端末の数やアンテナの数等により定められます ([25, 29]).

3.5 基地局の連携・干渉源の無効化

前節のモデルでは, 通信相手の基地局は 1 つで, 他の基地局はすべて干渉源でした. これに対して, 複数の基地局が連携したり ([30]), いくつかの干渉源を無効化するモデルも解析されています ([31]).

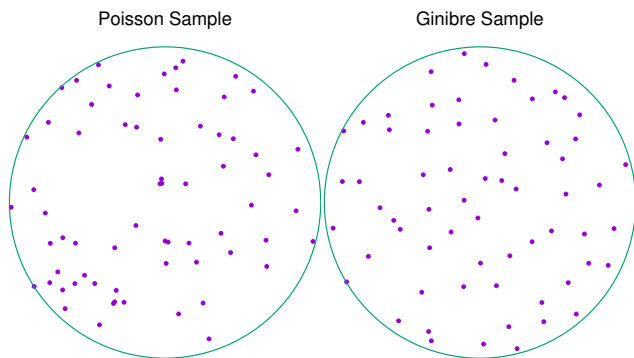


図 2: 定常ポアソン点過程 (左) とジニブル点過程 (右) のサンプル。ジニブル点過程では点同士が互いに負の相関をもっているため、定常ポアソン点過程に比べてバランスの良い点配置が見られます。

3.6 上りリンク

上りリンク (端末から基地局への通信) のモデルでは、基地局の近くに位置する端末は小さな電力で弱い電波を発信すれば十分である一方、セルの端に位置する端末は強い電波を発信するといった電力制御を考慮する必要があります。よって、端末からの送信電力が端末とその通信相手の基地局との距離に依存し、モデルが複雑になるぶん解析は難しくなります。これに対して、いくつかの近似モデルが考えられています ([32, 33] 他)。

3.7 基地局の配置を表す点過程

前節の解析では、基地局が定常ポアソン点過程にしたがって配置されていることを用いました。ポアソン点過程は解析的な扱いが容易である一方、すべての基地局が互いに独立に位置していることを仮定します。しかし、セルラネットワークの (特にマクロセル) 基地局はネットワーク全体を考慮して設置される筈なので、まったく独立ということではなく、ある程度の距離をとって設置されていると考えるのが妥当です。そこで、互いに反発する点の配置を表現できる行列式点過程 (determinantal point processes) を用いて基地局の配置を表したモデルが考えられており ([11, 34] 等)³、実際の基地局の配置に行列式点過程がうまく当てはまるという結果報告もあります ([35] 他)。図 2 は、代表的な行列式点過程であるジニブル点過程と定常ポアソン点過程のサンプルの比較です。定常ポアソン点過程では各点が互いに独立に位置しているため、点が疎になっているところと密なところが現れますが、ジニブル点過程ではランダムでありながらもバランス良く点が配置されている様子が見られます。

³行列式点過程についての詳細は [36, 37, 38, 39] 等をご参照ください。

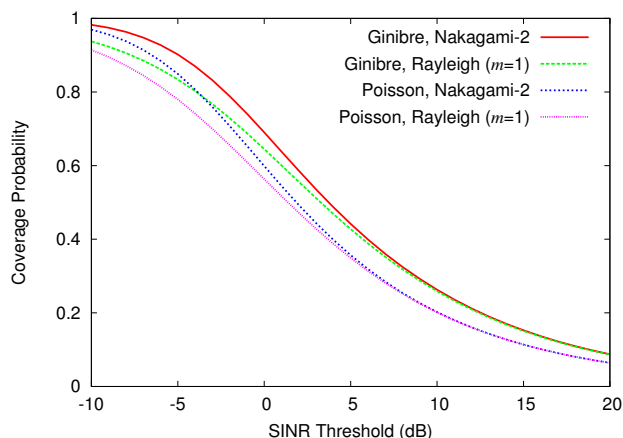


図 3: 点過程とフェイディングの違いによる被覆確率の比較 ([41])。横軸の単位はデシベル (dB)。点配置のバランスが良いほど、そしてフェイディングの変動が小さいほど被覆確率が大きくなる様子が見られます。

このジニブル点過程を用いて基地局の配置を表現したモデルに対しても、複数種類の基地局 ([40])、仲上- m フェイディング ([41])、複数アンテナ ([42])、上りリンク ([43]) 等について、被覆確率が数値計算可能な形で求められています。図 3 では、雑音は無く ($w_o \equiv 0$)、伝搬損失指数 $\beta = 4$ という設定で、基地局の配置が定常ポアソン点過程にしたがう場合とジニブル点過程にしたがう場合、そしてレイリーフェイディングの場合と仲上- m フェイディング ($m = 2$) の場合の被覆確率を比較しています。点配置のバランスが良いほど、そしてフェイディングの変動が小さいほど被覆確率が大きくなる様子を見ることができます。一方で、行列式点過程を用いたモデルでは、被覆確率の数値計算は可能であっても、実際の計算には非常に時間がかかることがあるため、近似式や漸近的な性質を求めるアプローチが提案されています ([44, 45, 46, 47, 48])。

3.8 その他

他にも、コグニティブ無線や D2D (device-to-device) ([8, 20])、ミリ波通信 ([9]) 等を考慮したモデルが提案され、解析されています。

4 おわりに

本稿では、セルラネットワークの空間確率モデルについて、下りリンクに焦点を当てて概説しました。この分野では、無線通信技術の発展に伴って、次々に新しいモデルが提案され、解析されています。本稿を通して、この分野に興味をもっていただける方が少しでも増えれば幸いです。

参考文献

- [1] M. Haenggi and R. K. Ganti, “Interference in large wireless networks,” *Foundations Trends Netw.*, vol. 3, no. 2, pp. 127–248, 2008.
- [2] F. Baccelli and B. Błaszczyszyn, “Stochastic geometry and wireless networks, Volume I: Theory,” *Foundations Trends Netw.*, vol. 3, nos. 3–4, pp. 249–449, 2009.
- [3] F. Baccelli and B. Błaszczyszyn, “Stochastic geometry and wireless networks, Volume II: Applications,” *Foundations Trends Netw.*, vol. 4, nos. 1–2, pp. 1–312, 2009.
- [4] M. Haenggi, *Stochastic Geometry for Wireless Networks*, Cambridge Univ. Press, 2013.
- [5] S. Mukherjee, *Analytical Modeling of Heterogeneous Cellular Networks: Geometry, Coverage, and Capacity*, Cambridge Univ. Press, 2014.
- [6] M. Haenggi, J. G. Andrews, F. Baccelli, O. Dousse and M. Franceschetti, “Stochastic geometry and random graphs for the analysis and design of wireless networks,” *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 27, no. 7, pp. 1029–1046, 2009.
- [7] J. G. Andrews, R. K. Ganti, M. Haenggi, N. Jindal and S. Weber, “A primer on spatial modeling and analysis in wireless networks,” *IEEE Commun. Mag.*, vol. 48, no. 11, pp. 156–163, 2010.
- [8] H. ElSawy, E. Hossain and M. Haenggi, “Stochastic geometry for modeling, analysis, and design of multi-tier and cognitive cellular wireless networks: A survey,” *IEEE Commun. Surveys Tutorials*, vol. 15, no. 3, pp. 996–1019, 2013.
- [9] J. G. Andrews, A. K. Gupta and H. S. Dhillon, “A primer on cellular network analysis using stochastic geometry,” arXiv: 1604.03183 [cs.IT], 2016.
- [10] H. ElSawy, A. Sultan-Salem, M.-S. Alouini and M. Z. Win, “Modeling and analysis of cellular networks using stochastic geometry: A tutorial,” arXiv: 1604.03689 [cs.IT], 2016.
- [11] N. Miyoshi and T. Shirai, “Spatial modeling and analysis of cellular networks using the Ginibre point process: A tutorial,” *IEICE Trans. Commun.*, vol. E99-B, no. 11, pp. 2247–2255, 2016.
- [12] 三好直人, “セルラネットワークの空間点過程モデル,” *オペレーションズ・リサーチ*, vol. 59, no. 11, pp. 678–683, 2014.
- [13] D. J. Daley and D. Vere-Jones, *An Introduction to the Theory of Point Processes, Volume I: Elementary Theory and Methods*, 2nd Ed., Springer, 2003.
- [14] D. J. Daley and D. Vere-Jones, *An Introduction to the Theory of Point Processes, Volume II: General Theory and Structure*, 2nd Ed., Springer, 2008.
- [15] S. N. Chiu, D. Stoyan, W. S. Kendall and J. Mecke, *Stochastic Geometry and its Applications*, 3rd Ed., Wiley, 2013.
- [16] D. Tse and P. Viswanath, *Fundamentals of Wireless Communication*, Cambridge Univ. Press, 2005.
- [17] “モバイル・無線,” 信学会知識ベース『知識の森』4群, http://www.ieice-hbkb.org/portal/doc_195.html.
- [18] J. G. Andrews, F. Baccelli and R. K. Ganti, “A tractable approach to coverage and rate in cellular networks,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 59, no. 11, pp. 3122–3134, 2011.
- [19] H. S. Dhillon, R. K. Ganti and J. G. Andrews, “Load-aware modeling and analysis of heterogeneous cellular networks,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 12, no. 4, pp. 1666–1677, 2013.
- [20] A. H. Sakr and E. Hossain, “Cognitive and energy harvesting-based D2D communication in cellular networks: Stochastic geometry modeling and analysis,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 63, no. 5, pp. 1867–1880, 2015.
- [21] H. S. Dhillon, R. K. Ganti, F. Baccelli and J. G. Andrews, “Modeling and analysis of K -tier downlink heterogeneous cellular networks,” *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 30, no. 3, pp. 550–560, 2012.
- [22] S. Mukherjee, “Downlink SINR distribution in a heterogeneous cellular wireless network with max-SINR connectivity,” *49th Allerton Conf.*, pp. 1649–1656, 2011.
- [23] P. Madhusudhanan, J. G. Restrepo, Y. Liu and T. X. Brown, “Downlink coverage analysis in a heterogeneous cellular network,” *IEEE GLOBECOM 2012*, pp. 4170–4175, 2012.
- [24] H.-S. Jo, Y. J. Sang, P. Xia and J. G. Andrews, “Heterogeneous cellular networks with flexible cell association: A comprehensive downlink SINR analysis,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 11, no. 10, pp. 3484–3495, 2012.
- [25] H. S. Dhillon, M. Kountouris and J. G. Andrews, “Downlink MIMO HetNets: Modeling, ordering results and performance analysis,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 12, no. 10, pp. 5208–5222, 2013.
- [26] H. P. Keeler, B. Błaszczyszyn and M. K. Karray, “SINR-based k -coverage probability in cellular networks with arbitrary shadowing,” *Proc. IEEE ISIT 2013*, pp. 1167–1171, 2013.
- [27] M. Di Renzo, A. Guidotti and G. E. Corazza, “Average rate of downlink heterogeneous cellular networks over generalized fading channels: A stochastic geometry approach,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 61, no. 7, pp. 3050–3071, 2013.
- [28] H. Huang, C. B. Papadias and S. Venkatesan, *MIMO Communication for Cellular Networks*. Springer, 2012.
- [29] A. K. Gupta, H. S. Dhillon, S. Vishwanath and J. G. Andrews, “Downlink coverage probability in MIMO HetNets with flexible cell selection,” *IEEE GLOBECOM 2014*, pp. 1534–1539, 2014.
- [30] F. Baccelli and A. Giovanidis, “A stochastic geometry framework for analyzing pairwise-cooperative cellular networks,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 14, no. 2, pp. 794–808, 2015.
- [31] M. Wildemeersch, T. Quek, M. Kountouris, A. Rabachin and C. Slump, “Successive interference cancellation in heterogeneous networks,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 62, no. 12, pp. 4440–4453, 2014.
- [32] T. D. Novlan, H. S. Dhillon and J. G. Andrews, “Analytical modeling of uplink cellular networks,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 12, no. 6, pp. 2669–2679, 2013.
- [33] H. ElSawy and E. Hossain, “On stochastic geometry modeling of cellular uplink transmission with truncated channel inversion power control,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 13, no. 8, pp. 4454–4469, 2014.
- [34] N. Miyoshi and T. Shirai, “A cellular network model with Ginibre configured base stations,” *Adv. Appl. Probab.*, vol. 46, no. 3, pp. 832–845, 2014.
- [35] Y. Li, F. Baccelli, H. S. Dhillon and J. G. Andrews, “Statistical modeling and probabilistic analysis of cellular networks with determinantal point processes,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 63, no. 9, pp. 3405–3422, 2015.

- [36] A. Soshnikov, “Determinantal random point fields,” *Russian Math. Surveys*, vol. 55, no. 5, pp. 923–975, 2000.
- [37] T. Shirai and Y. Takahashi, “Random point fields associated with certain Fredholm determinants I: Fermion, Poisson and Boson processes,” *J. Funct. Anal.*, vol. 205, no. 2, pp. 414–463, 2003.
- [38] J. B. Hough, M. Krishnapur, Y. Peres and B. Virág, *Zeros of Gaussian Analytic Functions and Determinantal Point Processes*, American Math. Soc., 2009.
- [39] F. Lavancier, J. Møller and E. Rubak, “Determinantal point process models and statistical inference: Extended version,” arXiv: 1205.4818 [math.ST], 2014.
- [40] I. Nakata and N. Miyoshi, “Spatial stochastic models for analysis of heterogeneous cellular networks with repulsively deployed base stations,” *Perform. Eval.*, vol. 78, pp. 7–17, 2014.
- [41] N. Miyoshi and T. Shirai, “Downlink coverage probability in a cellular network with Ginibre deployed base stations and Nakagami- m fading channels,” *WiOpt 2015*, pp. 483–489, 2015.
- [42] T. Kobayashi and N. Miyoshi, “Downlink coverage probability in Ginibre-Poisson overlaid MIMO cellular networks,” *WiOpt 2016*, pp. 369–376, 2016.
- [43] T. Kobayashi and N. Miyoshi, “Uplink cellular network models with Ginibre deployed base stations,” *ITC 26*, 2014.
- [44] N. Miyoshi and T. Shirai, “Cellular networks with α -Ginibre configured base stations,” *The Impact of Applications on Mathematics*, pp. 211–226, Springer, 2014.
- [45] H. Nagamatsu, N. Miyoshi and T. Shirai, “Padé approximation for coverage probability in cellular networks,” *WiOpt 2014*, pp. 693–700, 2014.
- [46] R. K. Ganti and M. Haenggi, “Asymptotics and approximation of the SIR distribution in general cellular networks,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 15, no. 3, pp. 2130–2143, 2016.
- [47] H. Wei, N. Deng, W. Zhou and M. Haenggi, “Approximate SIR analysis in general heterogeneous cellular networks,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 64, no. 3, pp. 1259–1273, 2016.
- [48] N. Miyoshi and T. Shirai, “A sufficient condition for tail asymptotics of SIR distribution in downlink cellular networks,” *WiOpt 2016*, pp. 454–460, 2016.

三好 直人 (非会員)

1994 年京都大学大学院博士後期課程満期退学。同年京都大学助手。1998 年東京工業大学講師。同助教授、准教授を経て2012 年より同教授。博 (工)。確率モデルとその情報通信システムへの応用に関する研究に従事。

空間点過程: 与えられた空間 (多くは多次元ユークリッド空間) 上のランダムな計数測度 (非負整数値測度)。また, その計数測度によって定まるランダムな点配置 (その空間に値をとる高々可算個の確率変数の集まり)。確率点場 (random point fields) とも呼ばれる。

ジニブル点過程: ランダムでありながら互いに反発する点の配置を表現できる行列式点過程の中でも代表的なもの 1 つ。複素平面上で定義され, 定常 (平面上の平行移動に関して確率分布が不変) かつ等方的 (原点回りの回転に関して確率分布が不変) という性質をもつ。